

Allegato 7

Calcolo della Gittata di un Frammento di Pala Eolica per il modello Vestas V90-2.0 MW

Equazioni del moto. Le equazioni del moto di un punto materiale soggetto solo alla forza di gravità sono

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= 0 \\ \ddot{y} &= -g\end{aligned}$$

dove $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ è l'accelerazione di gravità. La legge del moto soluzione di queste equazioni è

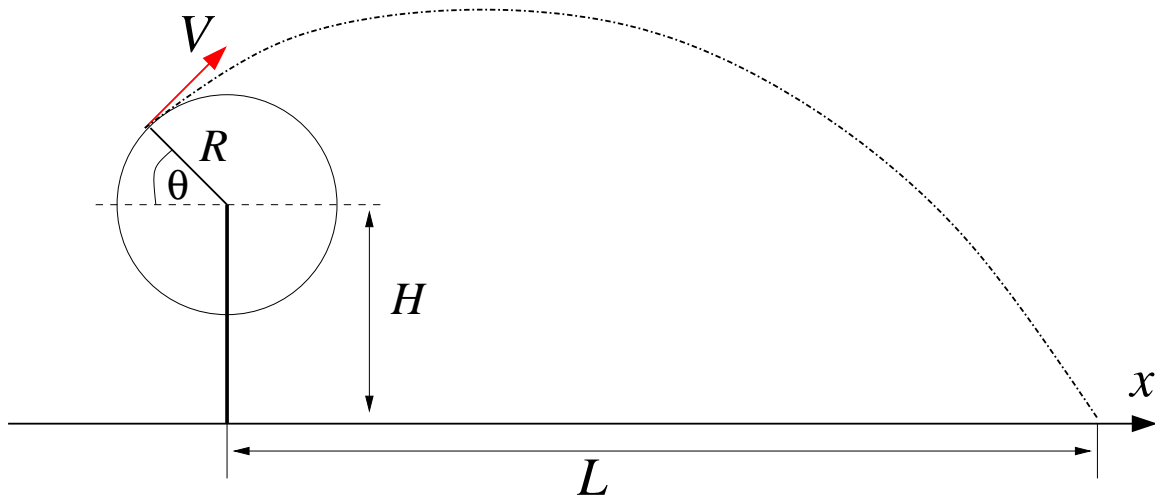
$$\begin{aligned}x(t) &= x_0 + v_x t \\ y(t) &= y_0 + v_y t - \frac{1}{2}gt^2\end{aligned}$$

dove (x_0, v_0) è la posizione iniziale del punto materiale, e (v_x, v_y) è la sua velocità. La traiettoria del punto materiale intercetta il suolo al tempo T tale che $y(T) = 0$. Dalla legge del moto si ottiene

$$T = \frac{v_y}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{v_y^2 + 2y_0g}$$

dove è stata scartata la soluzione corrispondente a tempi negativi.

Geometria del problema e calcolo della gittata



La posizione e la velocità iniziale sono determinati dall'angolo θ e dalla velocità tangenziale V del frammento di pala al momento del distacco. Essi sono legati alla posizione ed alla velocità iniziale dalle relazioni:

$$\begin{aligned}x_0 &= -R \cos(\theta) \\ y_0 &= H + R \sin(\theta) \\ v_x &= V \sin(\theta) \\ v_y &= V \cos(\theta)\end{aligned}$$

La gittata L è la distanza dal palo del punto di impatto al suolo del frammento di pala. Dalla legge del moto otteniamo:

$$L = x(T)$$

Sostituendo l'espressione per T ricavata sopra, otteniamo la gittata L in termini di V e di θ :

$$L = \frac{V \sin(\theta)}{g} \left[V \cos(\theta) + \sqrt{V^2 \cos^2(\theta) + 2(H + R \sin(\theta))g} \right] - R \cos(\theta)$$

Si noti che, fissato un generico angolo θ , la gittata aumenta quadraticamente con V , salvo i casi particolari $\theta = \pm 90^\circ, 0^\circ, 180^\circ$, nei quali la gittata aumenta linearmente con V oppure è pari ad R .

Si osservi inoltre che la formula

$$s = v_0 \sqrt{2h/g},$$

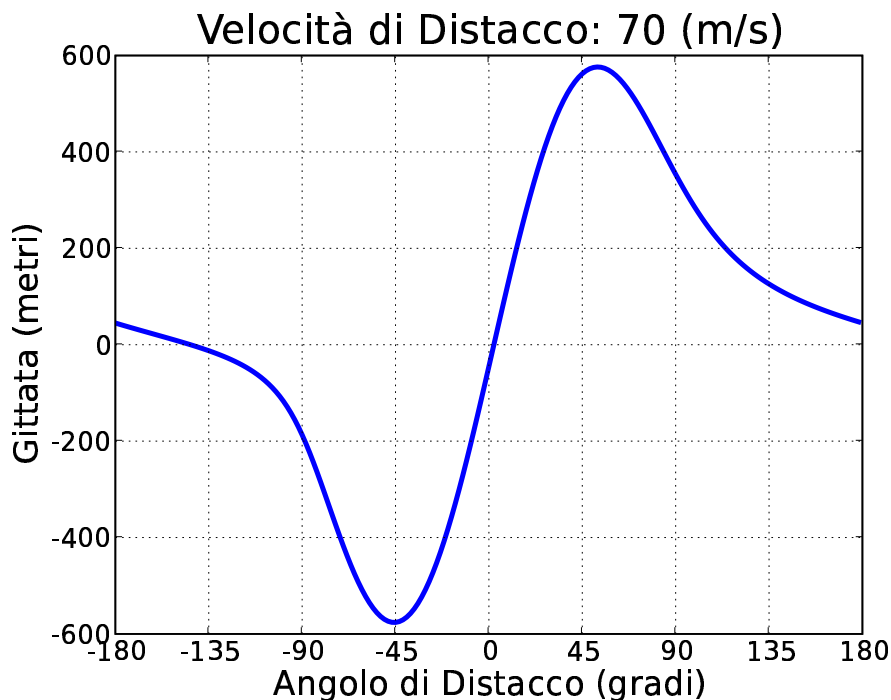
usata dal redattore del SIA a pag. 23 di 3-Quadro Progettuale, corrisponde alla gittata nel caso in cui il distacco del frammento avvenga nel punto più alto ($\theta = 90^\circ$ nei grafici). In tal caso il frammento si distaccherà con velocità parallela al suolo. Questo non è il caso della massima gittata, come si evince dalle formule ma anche dall'analogia con elementari problemi di balistica. Nel caso di un cannone che spara in pianura, la massima gittata si ha per $\theta = 45^\circ$ e non quando il proiettile parte parallelamente al suolo (nel qual caso ci si spara sui piedi). Il caso della torre eolica è leggermente più complesso a causa dell'altezza della torre e l'angolo massimo di gittata dipende da H, R ma non è mai pari a 90° .

Grafici della gittata. Riportiamo nel seguito il grafico della gittata in funzione dell'angolo di distacco θ , per diversi valori di V . In tutti i seguenti casi le altre costanti sono state fissate come segue

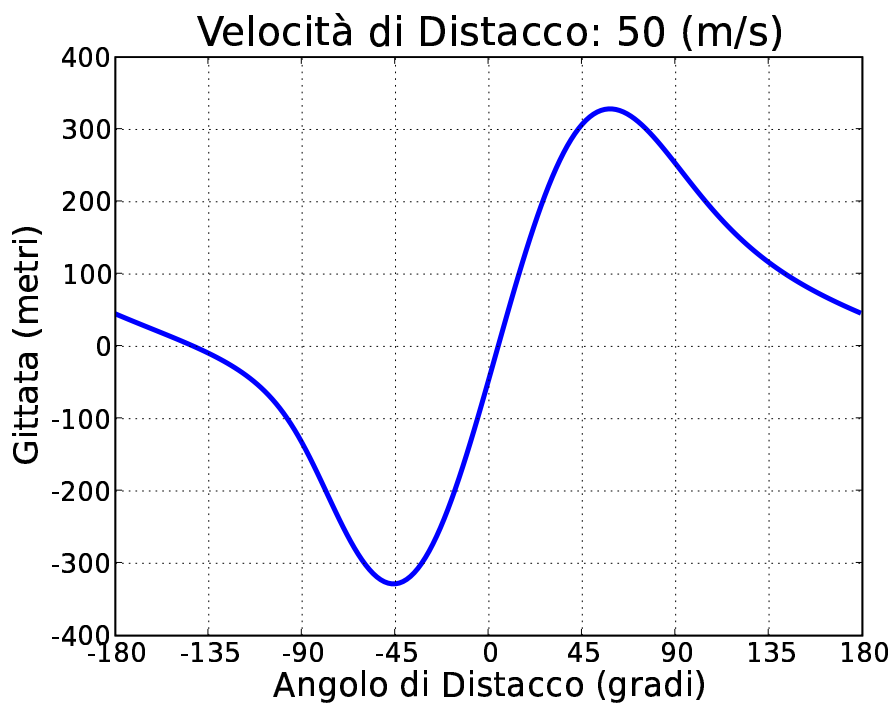
$$\begin{aligned} H &= 80 \text{ m} \\ R &= 45 \text{ m} \end{aligned}$$

H rappresenta l'altezza del mozzo e R il raggio del rotore per il modello Vestas V90-2.0 MW. La velocità massima di distacco alla velocità nominale di rotazione di 14.9 giri/min è pari a poco più di 70 m/s per un frammento posto all'apice della pala.

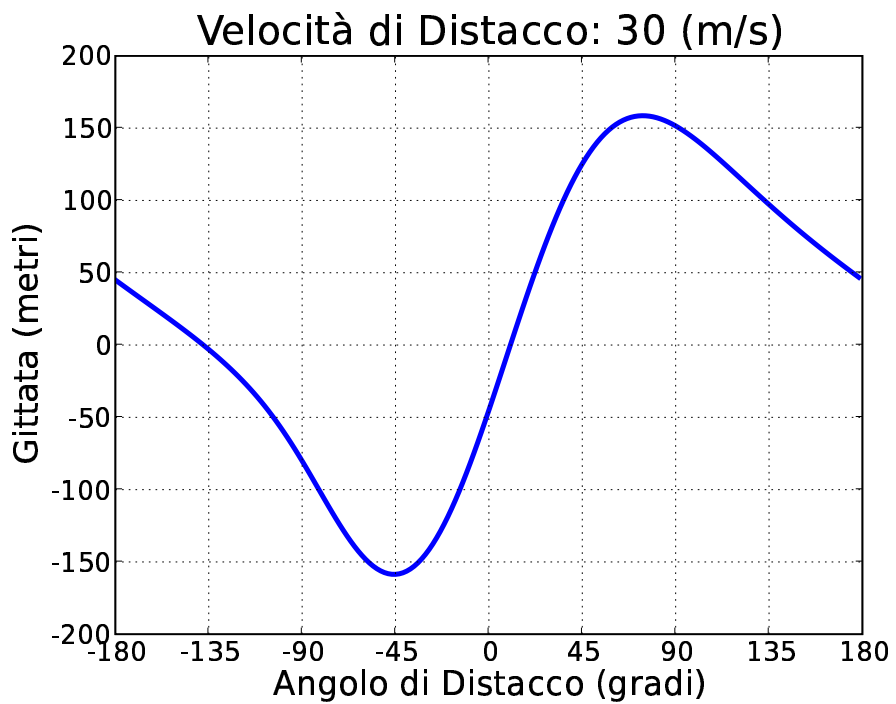
Caso I: Rottura alla velocità massima operativa $V = 70$ m/s.



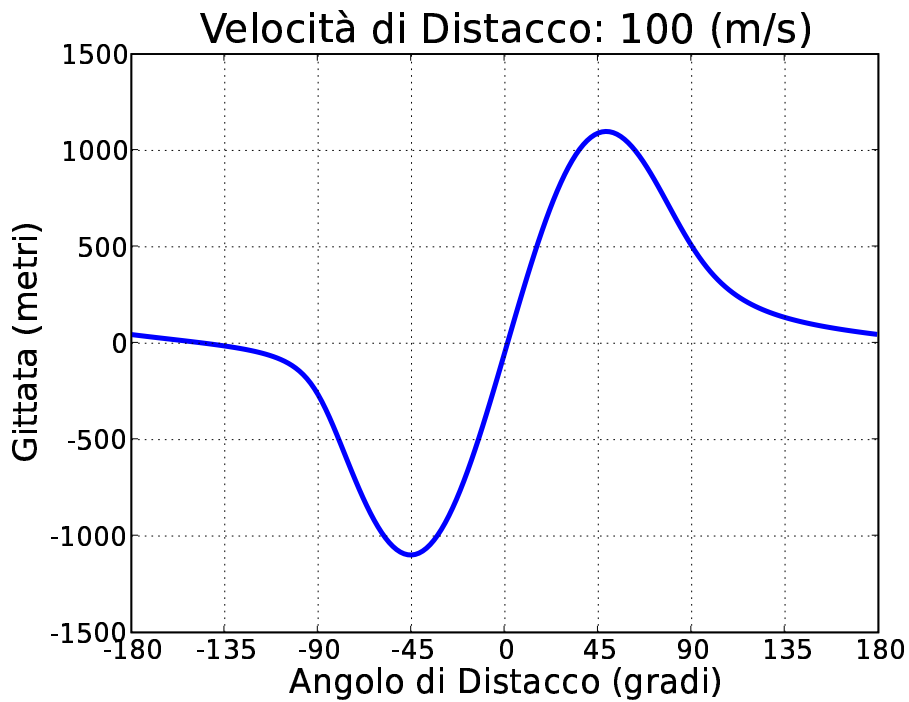
Caso II: Rottura a $V = 50$ m/s.



Caso III: Rottura a $V = 30$ m/s.

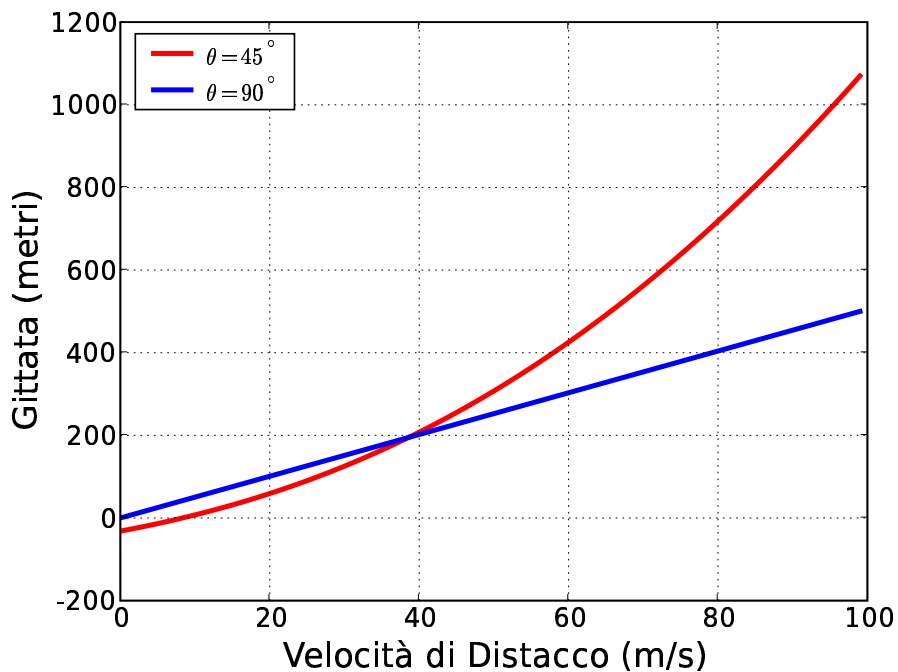


Caso IV: Rottura a $V = 100$ m/s.



Quest'ultimo caso, sebbene corrisponda ad una velocità superiore a quella massima operativa, è comunque rilevante: in caso di guasto del meccanismo di blocco delle pale, una rottura delle stesse a velocità non molto superiore a quella massima operativa implica che i frammenti saranno disseminati su di un raggio di circa un chilometro dal palo.

Il seguente grafico riporta la gittata in funzione di V per $\theta = 90^\circ$ e per $\theta = 45^\circ$.



È evidente che usare $\theta = 90^\circ$ sottostima notevolmente la gittata massima per velocità di distacco medio-alte, in quanto per quel particolare valore dell'angolo la gittata cresce solo linearmente con V , mentre con un angolo generico (p.es. $\theta = 45^\circ$) la gittata cresce quadraticamente con V .